МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

Программа вступительного испытания

по научной специальности

1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

Форма обучения
очная

Москва, 2023

Общие положения

Форма проведения испытания:

Вступительное испытание по научной специальности 1.1.2. «Дифференциальные уравнения и математическая физика» проводится в виде собеседования с обязательным оформлением ответов на вопросы билета в письменном виде. Собеседование проводится с целью выявления у абитуриента объёма научных знаний, научно-исследовательских компетенций, навыков системного и критического мышления, необходимых для обучения в аспирантуре. Абитуриент должен показать профессиональное владение теорией и практикой в предметной области, продемонстрировать умение вести научную дискуссию.

Структура испытания:

Испытание состоит из ответов на три вопросы билета и дополнительные вопросы в рамках программы вступительного испытания.

Выявление факта пользования мобильным телефоном или шпаргалками ведет к безусловному удалению абитуриента с экзамена и составлению соответствующего протокола. Абитуриент из конкурса выбывает.

Оценка испытания:

Оценка за собеседование выставляется по 100-балльной шкале. Минимальный балл, необходимый для успешного прохождения собеседования и дальнейшего участия в конкурсе – 60 баллов.

Критерии оценки результатов испытания:

100-90 баллов - даны исчерпывающие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует глубокие теоретические знания, умение сравнивать и оценивать различные научные подходы, пользоваться современной научной терминологией.

89-80 баллов - даны полные, достаточно глубокие и обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует хорошие знания, умение пользоваться современной научной терминологией.

79-70 баллов - даны обоснованные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, абитуриент демонстрирует хорошие знания.

69-60 баллов - даны в целом правильные ответы на вопросы, поставленные экзаменационной комиссией, при этом абитуриент недостаточно аргументирует ответы.

59-0 баллов – абитуриент демонстрирует непонимание основного содержания теоретического материала, поверхностность и слабую аргументацию суждений или допущены значительные ошибки.

Вопросы для подготовки к вступительному испытанию

Научная специальность: 1.1.2 «Дифференциальные уравнения и математическая физика»

I. Обыкновенные дифференциальные уравнения

1. Нормальная система ОДУ, задача Коши.
2. Нормальная система линейных дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных. Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка.
3. Структура решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка с постоянными коэффициентами.
4. Теоремы существования и единственности системы ОДУ. Понятие о непродолжаемых решениях.
5. Зависимость решения задачи Коши для системы ОДУ от параметров и начальных условий.
6. Приближенные методы решения задачи Коши для системы ОДУ.
7. Поведение траекторий линейной однородной ОДУ второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.
8. Понятие устойчивости решения нормальной системы ОДУ. Устойчивость тривиального решения линейной однородной системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Теоремы Ляпунова об устойчивости.
9. Уравнения с частными производными первого порядка, решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы динамических систем.

Литература

1. А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. М.: Наука, 1986.
2. Л.Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Книга по Требованию, 2012.

II. Уравнения математической физики

1. Основные уравнения математической физики. Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя и многими независимыми переменными.
2. Постановка краевых задач и задачи Коши для уравнения параболического типа. Корректно и некорректно поставленные задачи.
3. Решение краевых задач для уравнений гиперболического и параболического типов методом Фурье.
4. Понятие обобщенных функций, δ- функция и ее свойства.

5. Метод функций Грина решения краевых задач и задачи Коши для уравнений параболического типа.
6. Принцип максимума и минимума для решений уравнений теплопроводности. Корректность задачи Коши.
7. Гармонические функции и их основные свойства. Метод функций Грина решения краевых задач для уравнений эллиптического типа. Единственность решения краевых задач.
8. Метод характеристик для гиперболических систем линейных и квазилинейных уравнений. Решение задачи Коши для волнового уравнения в одномерном, двумерном и трехмерном случае. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных. Понятие обобщенного решения.
9. Потенциалы и их основные свойства. Применение потенциалов к решению краевых задач.
10. Цилиндрические функции. Асимптотические представления цилиндрических функций. Ортогональные многочлены. Сферические функции.

Литература

1. Свешников А.Г., Боголюбов А.Н. Лекции по математической физике. М: Изд-во МГУ, 2004.
2. Горюнов А.Ф. Методы математической физики в примерах и задачах в 2 т. М.: Физматлит, 2015.
3. В.Я. Арсенин. Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1984.
4. Кудряшов Н. А. Методы нелинейной математической физики. М.: Интеллект, 2010.

III. Функции комплексного переменного

1. Понятие аналитической функции. Условия Коши-Римана. Непрерывные ветви обратных функций. Примеры римановых поверхностей.
2. Интегральная теорема Коши. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теорема Морера. Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций.
3. Разложение функций в ряд Тейлора. Теорема единственности. Понятие аналитического продолжения.
4. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана. Классификация изолированных особых точек. Вычеты. Основная теорема о вычетах и ее приложения.
5. Преобразование Лапласа и его основные свойства.
6. Понятие конформного отображения. Дробно-линейная функция и другие элементарные функции.
7. Теорема Римана. Принцип соответствия границ. Принцип симметрии.

Литература

1. М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Лань, 2002.

IV. Дополнительные главы математического анализа

1. Понятие метрического пространства. Полное метрическое пространство. Примеры метрических пространств. Понятие компакта. Свойства непрерывных функций на компакте.
2. Линейное нормированное пространство. Гильбертово пространство. Примеры Гильбертовых пространств. Понятие ряда Фурье вектора по ортонормированной системе векторов в гильбертовом пространстве. Полные ортонормированные системы векторов.
3. Понятие ограниченного линейного функционала на линейном нормированном пространстве.
4. Понятие линейного оператора (ограниченного, неограниченного) в линейном нормированном пространстве. Норма ограниченного линейного оператора.
5. Простейшая вариационная задача. Сильный (слабый) экстремум функционала. Вариация функционала. Необходимое условие экстремума. Уравнение Эйлера.
6. Экстремум функционала, зависящего от старших производных. Уравнение Эйлера-Пуассона.
7. Экстремум функционала, зависящего от функции нескольких переменных. Уравнение Эйлера-Остроградского.
8. Понятие о вариационных задачах на условный экстремум.
9. Понятие о методах Эйлера и Ритца.

Литература

1. А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
2. Л.Э. Эльсгольц. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: Книга по Требованию, 2012.